

CANGURO MATEMÁTICO 2013

CUARTO DE SECUNDARIA



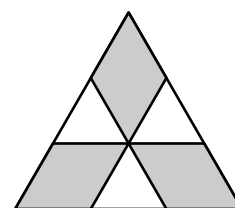
PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

INDICACIONES

- Las marcas en la hoja de respuestas se deben realizar, únicamente, con LÁPIZ.
- Escriba su apellido paterno, apellido materno y nombres con letras de imprenta y todas MAYÚSCULAS y marque su CÓDIGO en los espacios destinados para este fin.
- Las marcas deben ser nítidas pintando el CÍRCULO completo (ver muestra en la hoja de respuestas).
- Marcar SOLAMENTE UNA de las opciones en cada problema.
- No debe hacer ninguna otra marca fuera de los espacios indicados (NO usar la hoja de respuestas para hacer cálculos en borrador).
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- La calificación se realizará de la siguiente manera:
 - Cada pregunta de la 1 a la 10 vale 3 puntos.
 - Cada pregunta de la 11 a la 20 vale 4 puntos.
 - Cada pregunta de la 21 a la 30 vale 5 puntos.

1. En la figura, el triángulo grande es equilátero y tiene área 9. Los segmentos trazados dentro del triángulo son paralelos a los lados y dividen a los lados en tres partes iguales. ¿Cuál es el área de la región sombreada?

(A) 1 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7



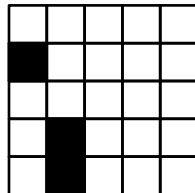
2. Es cierto que $\frac{1111}{101} = 11$. ¿Cuál es el valor de $\frac{3333}{101} + \frac{6666}{303}$?

(A) 5 (B) 9 (C) 11 (D) 55 (E) 99

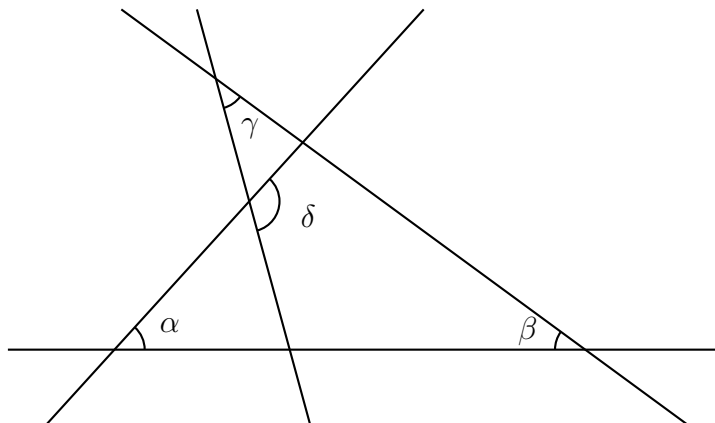
3. Las masas de sal y agua fresca en el agua de mar están en la razón de 7 : 193. ¿Cuántos kilogramos de sal hay en 1000 kg de agua de mar?

(A) 35 kg (B) 186 kg (C) 193 kg (D) 200 kg (E) 350 kg

4. Una bolsa contiene canicas de cinco colores diferentes. Dos son rojas, tres son azules, diez son blancas, cuatro son verdes y tres son negras. Se van sacando canicas de la bolsa sin ver (las canicas que salen ya no regresan a la bolsa). ¿Cuál es el menor número de canicas que se debe sacar de la bolsa para tener la seguridad de que dos canicas del mismo color han sido sacadas?
- (A) 2 (B) 11 (C) 10 (D) 5 (E) 6
5. Al sumar los números 4^{15} y 8^{10} , Miguel obtuvo una potencia de 2. Halle ese número.
- (A) 2^{10} (B) 2^{15} (C) 2^{20} (D) 2^{30} (E) 2^{31}
6. Alex enciende una vela cada diez minutos. Cada vela está encendida 40 minutos y luego se apaga. ¿Cuántas velas están encendidas 55 minutos después de que Alex encendió la primera vela?
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6
7. Un alumno calculó el promedio de niños que tienen cinco familias, ese número **no** puede ser:
- (A) 0,2 (B) 1,2 (C) 2,2 (D) 2,4 (E) 2,5
8. Carlos y Esteban están jugando *Batalla Naval* en un tablero de 5×5 . Carlos ya ha ubicado dos naves como se muestra en la figura, una de 1×1 y la otra de 2×1 , pero además quiere ubicar una nave de 3×1 que cubra exactamente 3 cuadraditos. Si Carlos puede ubicar su nave de 3×1 ya sea de forma horizontal o vertical, y no puede haber dos naves que tengan un punto en común, ¿en cuántos lugares diferentes del tablero puede ubicar su nave?



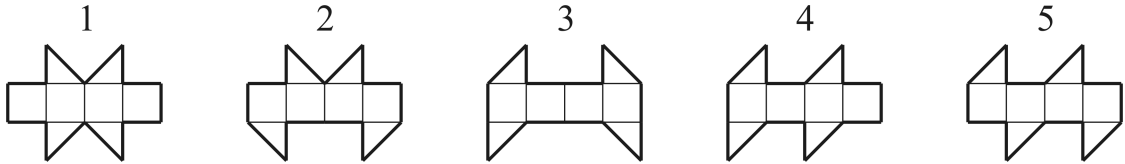
- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8
9. En la figura, tenemos que $\alpha = 55^\circ$, $\beta = 40^\circ$ y $\gamma = 35^\circ$. ¿Cuál es el valor de δ ?



- (A) 100° (B) 105° (C) 120° (D) 125° (E) 130°

10. El perímetro de un trapecio es 5 y las longitudes de sus lados son números enteros. ¿Cuáles son los dos menores ángulos interiores del trapecio?
 (A) 30° y 30° (B) 60° y 60° (C) 45° y 45° (D) 30° y 60° (E) 45° y 90°

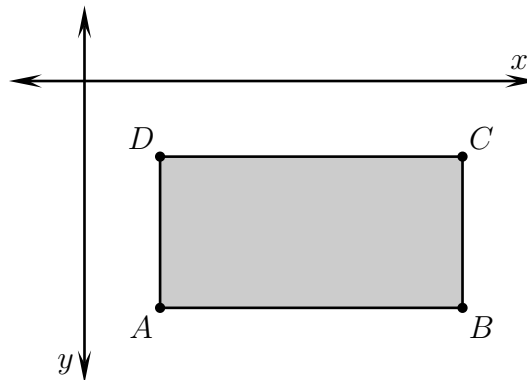
11. Uno de los siguientes moldes no sirve para formar un cubo, ¿cuál es?



- (A) Figura 1 (B) Figura 2 (C) Figura 3 (D) Figura 4 (E) Figura 5

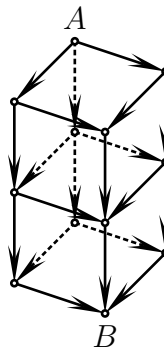
12. Viviana escribió varios números enteros consecutivos. ¿Cuál de los siguientes números **no** puede representar el porcentaje de números impares que hay entre ellos?
 (A) 40 (B) 45 (C) 48 (D) 50 (E) 60

13. Los lados de un rectángulo $ABCD$ son paralelos a los ejes coordenados. Dicho rectángulo está debajo del eje x y a la derecha del eje y , como muestra la figura. Las coordenadas de los cuatro vértices son todos números enteros. Para cada vértice del rectángulo calculamos el valor de $\frac{\text{coordenada } y}{\text{coordenada } x}$. ¿Para cuál de los vértices obtenemos el menor número?



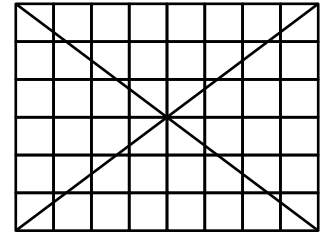
- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) Depende del rectángulo

14. ¿De cuántas formas diferentes se puede ir de A a B siguiendo únicamente las flechas indicadas?



- (A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 12 (E) 15

15. En el tablero de 6×8 mostrado, 24 cuadraditos no son intersectados por ninguna diagonal.



Cuando se trazan las diagonales de un tablero de 6×10 , ¿cuántos cuadraditos no son intersectados por ninguna diagonal?
 (A) 28 (B) 29 (C) 30 (D) 31 (E) 32

16. Marco y Luisa están ubicados en puntos opuestos de una pista de carrera circular. Ellos empiezan a correr en sentido horario. La rapidez de Marco es a la rapidez de Luisa como 9 es a 8. ¿Cuántas vueltas habrá dado Luisa cuando Marco la alcance por primera vez?

(A) 4 (B) 8 (C) 9 (D) 2 (E) 72

17. Las fechas de nacimiento de Ana, Beto, Carlos, Daniel y Eduardo son, en algún orden, 20/02/2001, 12/03/2000, 20/03/2001, 12/04/2000 y 23/04/2001 (día/mes/año). Ana y Eduardo nacieron el mismo mes. Beto y Carlos también nacieron el mismo mes. Ana y Carlos nacieron el mismo día, pero en meses diferentes. Daniel y Eduardo también nacieron el mismo día, pero en meses diferentes. ¿Cuál de los niños es el menor?

(A) Ana (B) Beto (C) Carlos (D) Daniel (E) Eduardo

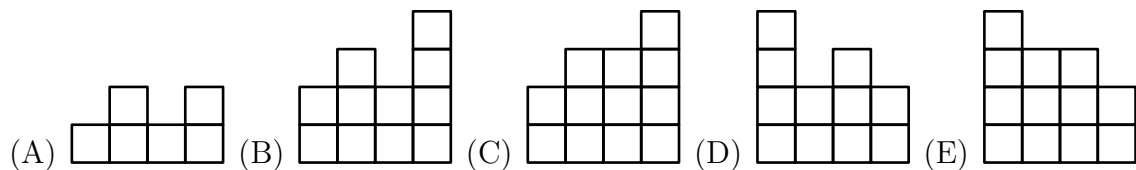
18. John ha construido un edificio usando cubos idénticos (el edificio está formado por varias torres). En la figura de la derecha, se puede ver el edificio desde arriba.

Atrás

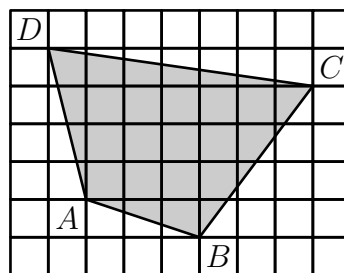
4	2	3	2
3	3	1	2
2	1	3	1
1	2	1	2

En cada casilla, se puede ver el número de cubos que conforman cada torre. Si estuvieras parado en la parte de atrás del edificio, ¿qué verías?

Frente

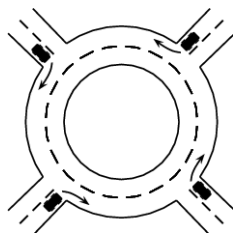


19. La figura muestra un cuadrilátero $ABCD$ de color gris. Cada cuadradito del tablero tiene lados de longitud 2 cm. Calcule el área del cuadrilátero $ABCD$.



(A) 96 cm^2 (B) 84 cm^2 (C) 76 cm^2 (D) 88 cm^2 (E) 104 cm^2

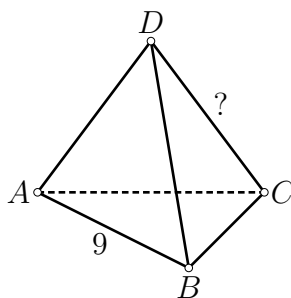
20. Sea S la cantidad de cuadrados perfectos que hay en el conjunto $\{1, 2, 3, \dots, 2013^6\}$, y sea Q la cantidad de cubos perfectos que hay en ese mismo conjunto. Entonces:
 (A) $S = Q$ (B) $2S = 3Q$ (C) $3S = 2Q$ (D) $S = 2013Q$ (E) $S^3 = Q^2$
21. Juan escoge un entero positivo de 5 dígitos y borra uno de sus dígitos para obtener un número de 4 dígitos. La suma de este número de 4 dígitos con el número original de 5 dígitos es igual a 52713. ¿Cuál es la suma de los dígitos del número original?
 (A) 26 (B) 20 (C) 23 (D) 19 (E) 17
22. Un jardinero quiere plantar 20 árboles (entre álamos y pinos) a lo largo de una avenida. El número de árboles entre dos álamos cualesquiera no puede ser igual a 3. De esos 20 árboles, ¿como máximo, cuántos álamos puede plantar el jardinero?
 (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14 (E) 16
23. Andrés y Daniel recientemente participaron en una maratón. Después de que terminó la carrera, notaron que la cantidad de corredores que llegaron después que Andrés es igual al doble de corredores que llegaron antes que Daniel, y que la cantidad de corredores que llegaron después que Daniel es igual a $3/2$ de la cantidad de corredores que llegaron antes que Andrés. Andrés quedó en lugar 21, ¿cuántos corredores participaron de la maratón?
 (A) 31 (B) 41 (C) 51 (D) 61 (E) 81
24. Un cubo de $2 \times 2 \times 2$ es construido usando 4 cubitos blancos y 4 cubitos negros. ¿Cuántos cubos diferentes se pueden construir de esta forma? (Dos cubos se consideran iguales si uno puede ser obtenido a partir de otro mediante una rotación.)
 (A) 16 (B) 9 (C) 8 (D) 7 (E) 6
25. Cuatro carros entraron a una rotonda al mismo tiempo, cada uno vino de una dirección diferente, como se muestra en la figura. Cada carro recorre menos de una vez la rotonda y no hay dos carros que dejen la rotonda en la misma dirección. ¿De cuántas formas diferentes pueden dejar la rotonda los cuatro carros?



- (A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 24 (E) 81
26. Una sucesión empieza así: $1, -1, -1, 1, -1$. Después del quinto término, cada término es igual al producto de los dos términos anteriores. Por ejemplo, el sexto término es igual al producto del cuarto y quinto término. ¿Cuál es la suma de los primeros 2013 términos?
 (A) -1007 (B) -671 (C) 0 (D) 671 (E) 1007

27. Rita hornea 6 tartas de manzana una después de otra, y las enumera del 1 al 6 en orden, siendo 1 la primera tarta en ser horneada. Mientras ella hacía esto, su hijo entró corriendo varias veces a la cocina y cada vez se comió la tarta más caliente. ¿Cuál de los siguientes no puede ser el orden en el que las tartas fueron comidas?
- (A) 123456 (B) 125436 (C) 325461 (D) 456231 (E) 654321

28. Cada uno de los cuatro vértices y 6 aristas de un tetraedro es marcado con uno de los 10 números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 11 (se ha omitido el número 10). Cada número es usado exactamente una vez. Para cada dos vértices del tetraedro, la suma de sus números correspondientes es igual al número que tiene la arista que une a esos dos vértices. La arista AB tiene marcado el número 9, ¿qué número tiene marcado la arista CD ?



- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 11
29. Un entero positivo N es menor que la suma de sus tres mayores divisores (naturalmente, excluyendo al mismo N). ¿Cuál de las siguientes proposiciones es verdadera?
- (A) Todos esos números N son múltiplos de 4.
 (B) Todos esos números N son múltiplos de 5.
 (C) Todos esos números N son múltiplos de 6.
 (D) Todos esos números N son múltiplos de 7.
 (E) Ningún número N cumple esa propiedad.
30. Yurko estaba caminando por la vereda a lo largo de una calle cuando vio un tractor que jalaba un tubo muy largo. Decidida a medir su longitud, Yurko caminó al lado del tubo, pero en dirección contraria a la del tractor y contó 20 pasos. Luego, ella caminó al lado del tubo en la misma dirección del tractor y contó 140 pasos. Sabiendo que un paso de Yurko mide 1 m, ella pudo determinar la longitud del tubo, ¿cuál es esta longitud?
- (A) 30 m (B) 35 m (C) 40 m (D) 48 m (E) 80 m